

جدول کامل تبدیلات لاپلاس

Laplace Transforms

	$f(x)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$
1.	1	$\frac{1}{s} \quad (s > 0)$
2.	x	$\frac{1}{s^2} \quad (s > 0)$
3.	$x^{n-1} \quad (n = 1, 2, \dots)$	$\frac{(n-1)!}{s^n} \quad (s > 0)$
4.	\sqrt{x}	$\frac{1}{2}\sqrt{\pi}s^{-3/2} \quad (s > 0)$
5.	$1/\sqrt{x}$	$\sqrt{\pi}s^{-1/2} \quad (s > 0)$
6.	$x^{n-1/2} \quad (n = 1, 2, \dots)$	$\frac{(1)(3)(5)\dots(2n-1)\sqrt{\pi}}{2^n} s^{-n-1/2} \quad (s > 0)$
7.	e^{ax}	$\frac{1}{s-a} \quad (s > a)$
8.	$\sin ax$	$\frac{a}{s^2+a^2} \quad (s > 0)$
9.	$\cos ax$	$\frac{s}{s^2+a^2} \quad s > 0$
10.	$\sinh ax$	$\frac{a}{s^2-a^2} \quad (s > a)$
11.	$\cosh ax$	$\frac{s}{s^2-a^2} \quad (s > a)$
12.	$x \sin ax$	$\frac{2as}{(s^2+a^2)^2} \quad (s > 0)$
13.	$x \cos ax$	$\frac{s^2-a^2}{(s^2+a^2)^2} \quad (s > 0)$
14.	$x^{n-1}e^{ax} \quad (n = 1, 2, \dots)$	$\frac{(n-1)!}{(s-a)^n} \quad (s > a)$

	$f(x)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$
15.	$e^{bx} \sin ax$	$\frac{a}{(s-b)^2 + a^2} \quad (s > b)$
16.	$e^{bx} \cos ax$	$\frac{s-b}{(s-b)^2 + a^2} \quad (s > b)$
17.	$\sin ax - ax \cos ax$	$\frac{2a^3}{(s^2 + a^2)^2} \quad (s > 0)$
18.	$\frac{1}{a} e^{-x/a}$	$\frac{1}{1+as}$
19.	$\frac{1}{a}(e^{ax} - 1)$	$\frac{1}{s(s-a)}$
20.	$1 - e^{-x/a}$	$\frac{1}{s(1+as)}$
21.	$\frac{1}{a^2} x e^{-x/a}$	$\frac{1}{(1+as)^2}$
22.	$\frac{e^{ax} - e^{bx}}{a-b}$	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}$
23.	$\frac{e^{-x/a} - e^{-x/b}}{a-b}$	$\frac{1}{(1+as)(1+bs)}$
24.	$(1+ax)e^{ax}$	$\frac{s}{(s-a)^2}$
25.	$\frac{1}{a^3}(a-x)e^{-x/a}$	$\frac{s}{(1+as)^2}$
26.	$\frac{ae^{ax} - be^{bx}}{a-b}$	$\frac{s}{(s-a)(s-b)}$
27.	$\frac{ae^{-x/b} - be^{-x/a}}{ab(a-b)}$	$\frac{s}{(1+as)(1+bs)}$
28.	$\frac{1}{a^2}(e^{ax} - 1 - ax)$	$\frac{1}{s^2(s-a)}$
29.	$\sin^2 ax$	$\frac{2a^2}{s(s^2 + 4a^2)}$
30.	$\sinh^2 ax$	$\frac{2a^2}{s(s^2 - 4a^2)}$
31.	$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\cosh \frac{ax}{\sqrt{2}} \sin \frac{ax}{\sqrt{2}} - \sinh \frac{ax}{\sqrt{2}} \cos \frac{ax}{\sqrt{2}} \right)$	$\frac{a^3}{s^4 + a^4}$

	$f(x)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$
32.	$\sin \frac{ax}{\sqrt{2}} \sinh \frac{ax}{\sqrt{2}}$	$\frac{a^2 s}{s^4 + a^4}$
33.	$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{ax}{\sqrt{2}} \sinh \frac{ax}{\sqrt{2}} + \sin \frac{ax}{\sqrt{2}} \cos \frac{ax}{\sqrt{2}} \right)$	$\frac{as^2}{s^4 + a^4}$
34.	$\cos \frac{ax}{\sqrt{2}} \cosh \frac{ax}{\sqrt{2}}$	$\frac{s^3}{s^4 + a^4}$
35.	$\frac{1}{2}(\sinh ax - \sin ax)$	$\frac{a^3}{s^4 - a^4}$
36.	$\frac{1}{2}(\cosh ax - \cos ax)$	$\frac{a^2 s}{s^4 - a^4}$
37.	$\frac{1}{2}(\sinh ax + \sin ax)$	$\frac{as^2}{s^4 - a^4}$
38.	$\frac{1}{2}(\cosh ax + \cos ax)$	$\frac{s^3}{s^4 - a^4}$
39.	$\sin ax \sinh ax$	$\frac{2a^2 s}{s^4 + 4a^4}$
40.	$\cos ax \sinh ax$	$\frac{a(s^2 - 2a^2)}{s^4 + 4a^4}$
41.	$\sin ax \cosh ax$	$\frac{a(s^2 + 2a^2)}{s^4 + 4a^4}$
42.	$\cos ax \cosh ax$	$\frac{s^3}{s^4 + 4a^4}$
43.	$\frac{1}{2}(\sin ax + ax \cos ax)$	$\frac{as^2}{(s^2 + a^2)^2}$
44.	$\cos ax - \frac{ax}{2} \sin ax$	$\frac{s^3}{(s^2 + a^2)^2}$
45.	$\frac{1}{2}(ax \cosh ax - \sinh ax)$	$\frac{a^3}{(s^2 - a^2)^2}$
46.	$\frac{x}{2} \sinh ax$	$\frac{as}{(s^2 - a^2)^2}$
47.	$\frac{1}{2}(\sinh ax + ax \cosh ax)$	$\frac{as^2}{(s^2 - a^2)^2}$
48.	$\cosh ax + \frac{ax}{2} \sinh ax$	$\frac{s^3}{(s^2 - a^2)^2}$

	$f(x)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$
49.	$\frac{a \sin bx - b \sin ax}{a^2 - b^2}$	$\frac{ab}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$
50.	$\frac{\cos bx - \cos ax}{a^2 - b^2}$	$\frac{s}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$
51.	$\frac{a \sin ax - b \sin bx}{a^2 - b^2}$	$\frac{s^2}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$
52.	$\frac{a^2 \cos ax - b^2 \cos bx}{a^2 - b^2}$	$\frac{s^3}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$
53.	$\frac{b \sinh ax - a \sinh bx}{a^2 - b^2}$	$\frac{ab}{(s^2 - a^2)(s^2 - b^2)}$
54.	$\frac{\cosh ax - \cosh bx}{a^2 - b^2}$	$\frac{s}{(s^2 - a^2)(s^2 - b^2)}$
55.	$\frac{a \sinh ax - b \sin bx}{a^2 - b^2}$	$\frac{s^2}{(s^2 - a^2)(s^2 - b^2)}$
56.	$\frac{a^2 \cosh ax - b^2 \cosh bx}{a^2 - b^2}$	$\frac{s^3}{(s^2 - a^2)(s^2 - b^2)}$
57.	$x - \frac{1}{a} \sin ax$	$\frac{a^2}{s^2(s^2 + a^2)}$
58.	$\frac{1}{a} \sinh ax - x$	$\frac{a^2}{s^2(s^2 - a^2)}$
59.	$1 - \cos ax - \frac{ax}{2} \sin ax$	$\frac{a^4}{s(s^2 + a^2)^2}$
60.	$1 - \cosh ax + \frac{ax}{2} \sinh ax$	$\frac{a^4}{s(s^2 - a^2)^2}$
61.	$1 + \frac{b^2 \cos ax - a^2 \cos bx}{a^2 - b^2}$	$\frac{a^2 b^2}{s(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$
62.	$1 + \frac{b^2 \cos ax - a^2 \cosh bx}{a^2 - b^2}$	$\frac{a^2 b^2}{s(s^2 - a^2)(s^2 - b^2)}$
63.	$\frac{1}{8}[(3 - a^2 x^2) \sin ax - 3ax \cos ax]$	$\frac{a^5}{(s^2 + a^2)^3}$
64.	$\frac{x}{8}[\sin ax - ax \cos ax]$	$\frac{a^3 s}{(s^2 + a^2)^3}$
65.	$\frac{1}{8}[(1 + a^2 x^2) \sin ax - ax \cos ax]$	$\frac{a^3 s^2}{(s^2 + a^2)^3}$

	$f(x)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$
66.	$\frac{1}{8}[(3 + a^2x^2) \sinh ax - 3ax \cosh ax]$	$\frac{a^5}{(s^2 - a^2)^3}$
67.	$\frac{x}{8}(ax \cosh ax - \sinh ax)$	$\frac{a^3s}{(s^2 - a^2)^3}$
68.	$\frac{1}{8}[ax \cosh ax - (1 - a^2x^2) \sinh ax]$	$\frac{a^3s^2}{(s^2 - a^2)^3}$
69.	$\frac{1}{n!}(1 - e^{-x/a})^n$	$\frac{1}{s(as + 1)(as + 2) \cdots (as + n)}$
70.	$\sin(ax + b)$	$\frac{s \sin b + a \cos b}{s^2 + a^2}$
71.	$\cos(ax + b)$	$\frac{s \cos b - a \sin b}{s^2 + a^2}$
72.	$e^{-ax} - e^{ax/2} \left(\cos \frac{ax\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \sin \frac{ax\sqrt{3}}{2} \right)$	$\frac{3a^2}{s^3 + a^3}$
73.	$\frac{1 + 2ax}{\sqrt{\pi x}}$	$\frac{s + a}{s\sqrt{s}}$
74.	$e^{-ax}/\sqrt{\pi x}$	$\frac{1}{\sqrt{s + a}}$
75.	$\frac{1}{2x\sqrt{\pi x}}(e^{bx} - e^{ax})$	$\sqrt{s - a} - \sqrt{s - b}$
76.	$\frac{1}{\sqrt{\pi x}} \cos 2\sqrt{ax}$	$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-a/s}$
77.	$\frac{1}{\sqrt{\pi x}} \cosh 2\sqrt{ax}$	$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{a/s}$
78.	$\frac{1}{\sqrt{a\pi}} \sin 2\sqrt{ax}$	$s^{-3/2} e^{-a/s}$
79.	$\frac{1}{\sqrt{a\pi}} \sinh 2\sqrt{ax}$	$s^{-3/2} e^{a/s}$
80.	$J_0(2\sqrt{ax})$	$\frac{1}{s} e^{-a/s}$
81.	$\sqrt{x/a} J_1(2\sqrt{ax})$	$\frac{1}{s^2} e^{-a/s}$
82.	$(x/a)^{(p-1)/2} J_{p-1}(2\sqrt{ax}) \quad (p > 0)$	$s^{-p} e^{-a/s}$

	$f(x)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$
83.	$J_0(x)$	$\frac{1}{\sqrt{s^2+1}}$
84.	$J_1(x)$	$\frac{\sqrt{s^2+1}-s}{\sqrt{s^2+1}}$
85.	$J_p(x) \quad (p > -1)$	$\frac{(\sqrt{s^2+1}-s)^p}{\sqrt{s^2+1}}$
86.	$x^\rho J_\rho(ax) \quad \left(p > -\frac{1}{2}\right)$	$\frac{(2a)^\rho \Gamma(p + \frac{1}{2})}{\sqrt{\pi}(s^2+a^2)^{p+(1/2)}}$
87.	$\frac{x^{\rho-1}}{\Gamma(\rho)} \quad (\rho > 0)$	$\frac{1}{s^\rho}$
88.	$\frac{4^n n!}{(2n)! \sqrt{\pi}} x^{n-(1/2)}$	$\frac{1}{s^n \sqrt{s}}$
89.	$\frac{x^{\rho-1}}{\Gamma(\rho)} e^{-ax} \quad (\rho > 0)$	$\frac{1}{(s+a)^\rho}$
90.	$\frac{1-e^{ax}}{x}$	$\ln \frac{s-a}{s}$
91.	$\frac{e^{bx}-e^{ax}}{x}$	$\ln \frac{s-a}{s-b}$
92.	$\frac{2}{x} \sinh ax$	$\ln \frac{s+a}{s-a}$
93.	$\frac{2}{x} (1-\cos ax)$	$\ln \frac{s^2+a^2}{s^2}$
94.	$\frac{2}{x} (\cos bx - \cos ax)$	$\ln \frac{s^2+a^2}{s^2+b^2}$
95.	$\frac{\sin ax}{x}$	$\arctan \frac{a}{s}$
96.	$\frac{2}{x} \sin ax \cos bx$	$\arctan \frac{2as}{s^2-a^2+b^2}$
97.	$\sin lax$	$\left(\frac{a}{s^2+a^2}\right) \left(\frac{1+e^{-(\pi/a)s}}{1-e^{-(\pi/a)s}}\right)$

